

繰返し載荷特性を説明するための Subloading tij model の拡張

弾塑性モデル 等方硬化 繰返し載荷

地域 地盤 環境研究所
Islamic University of Technology
JIP テクノサイエンス
清水建設

中井照夫
H. M. Shahin
高橋寛臣 戸田圭彦
奥野哲夫 杉山博一 福武毅芳

これまでに、3次元応力条件下の地盤材料の力学挙動を唯一的に説明できる弾塑性モデル(Subloading tij model)¹⁾を提案し、静的な地盤工学問題に適用している。このモデルは繰返し載荷挙動もある程度説明できるが、繰返し載荷時の載荷方向の違いや繰返し載荷回数の増加に伴う剛性変化は表現できない。本報では、この等方硬化型のモデルの特徴を生かしながら、繰返し載荷時の地盤材料の応力・ひずみ挙動についても合理的かつ簡単に表現できるモデルに拡張する。

1. 繰返し載荷時の粒子構造の変化と応力～ひずみ関係

Fig. 1 は排水条件下 ($p=196\text{kPa}$)の圧縮および伸張側での片振りおよび両振り繰返しせん断試験結果を示す²⁾。圧縮側で片振り繰返し載荷($\sigma_1/\sigma_3=1.0\Rightarrow 4.0$)した後、伸張側でも片振り繰返し載荷($\sigma_1/\sigma_3=1.0\Rightarrow 4.0$)し、その後圧縮・伸張の両振り載荷($\sigma_1/\sigma_3=4.0\Rightarrow 4.0$)している。圧縮側でも伸張側でも、片振りでは再載荷時にあまりひずみが生じないが、その後の両振り載荷では圧縮側から伸張側あるいは伸張側から圧縮側に変化するときに大きなひずみを生じる。しかし、両振り載荷であっても繰返し載荷回数の増加と共に剛性が増し、それ以上の累積ひずみが生じない定常状態に近づく。

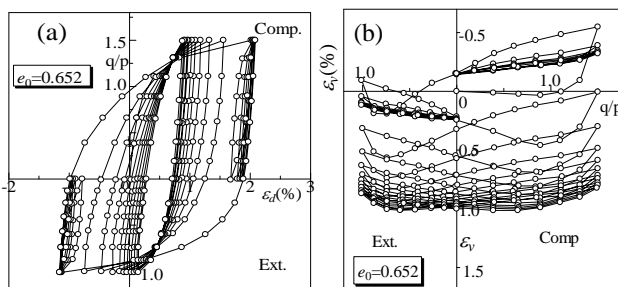


Fig. 1 豊浦砂の片振りおよび両振り繰返し試験結果²⁾

Fig. 2 は繰返し載荷時の応力・ひずみ関係と粒子構造の関係を模式的に示している。従来モデルでは、再載荷・逆方向載荷時に初期載荷との区別がないため、破線のような応力～ひずみ関係となり、Fig. 1 の実測値とは異なる。小田³⁾は半世紀程前に、砂のせん断試験の微視的観察から、応力比の増加に伴い粒子接平面の法線傾度分布が最大主応力(σ_1)方向集中し、応力誘導異方向性が発達することを発見している。O 点ではランダムだった傾度分布が圧縮側の応力比の増加に伴い鉛直方向に集中する(A 点)が、その後の片振り繰返し(A-B-C')ではほとんど粒子構造に変化はない。一方、逆側への載荷(A-B-C)では B-C 間で大きく構造が変化し、B 点でも鉛直方向に集中していた傾度分布が、伸長側の C 点では側圧が最大主応力となるので水平方向に集中する。すなわち、粒子構造が大きく変化するとき大きな塑性ひずみが生じることになる(D-E 間も同じ)。中間主応力の影響を適切に評価できる t_{ij} の概念⁴⁾はこのような粒状体の構造変化を反映した考え方なので、同概念の意味を考えて、繰返し載荷挙動をモデル化する。

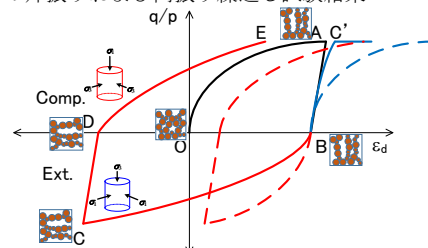


Fig. 2 繰返し載荷時の粒子構造変化

2. 等方硬化型構成モデル(Subloading t_{ij} model)の繰返し載荷モデルへの拡張

中間主応力だけでなく密度を考慮した Subloading t_{ij} model の降伏関数(塑性ポテンシャル)は、Fig. 3 に示すように、修正応力 t_{ij} の平均応力 t_N と応力比 $X=t_S/t_N$ の関数として次式で与えられる(詳細は文献¹⁾参照)。

$$f = F - H - \frac{1}{\lambda - \kappa}(\rho_0 - \rho) = 0, \text{ where, } F = \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X), \zeta(X) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{X}{M^*} \right)^\beta, X = \frac{t_S}{t_N} = \|x_{ij} x_{ij}\|, H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p \quad (1)$$

(1)式において、 e_0 : 初期間隙比、 λ : 圧縮指数、 κ : 膨潤指数、 $\zeta(X)$: (a)図の降伏曲面の形状を決める応力比 X の関数、 M^* : 限界状態の応力比 R_{CS} で決まる。塑性ひずみ増分は Cauchy 応力 σ_{ij} ではなく t_{ij} 空間での流れ則(直交則: $d\varepsilon_{ij}^p = A \cdot \partial F / \partial t_{ij} = (dF/H^p) \partial F / \partial t_{ij}$)と適応条件($df=0$)から計算される。(1)式の ρ は(b)図に示すように、現在の間隙比 e と同じ応力状態の正規状態(NCL)の間隙比 e_{NC} との差で、材料の密度を表す状態変数である。状態変数 ρ の発展則を密度 ρ の関数として与えることにより、下負荷面⁵⁾の考え方を使得、緩い土から密な土まで共通の材料パラメータで表現してきた¹⁾。ここでは、Fig. 2 の粒子構造の変化を参考に、これまでの ρ 発展則に繰返し特性を表現するスカラー量 Q_c を加えることで、等方硬化モデルの範疇で繰返し特性を表現する。

$$d\rho = -(1 + e_0) \sqrt{3} \frac{G/(1 + k_d X) + Q_c}{t_N} \Lambda, \quad (G = a\rho) \quad (2)$$

Fig. 4 は Fig. 2 の構造変化の様子を x_{ij} 空間で表している(x_{ij} は t_{ij} に基づく応力比テンソル)。初期に等方的な構造であったものが、O-A のせん断(矢印)で構造が図に示すように偏る((a)図)。ここに、○は始点での構造を、●は終点での構造を表す。また、実線の矢印は塑性変形を伴うプロセスを、破線の矢印は弾性変形のためのプロセスを意味する。次に、除荷のプロセス A-B では塑性変形は生じないので構造は偏ったままで変化しない(b)図)。また、B-C' と再載荷した時は下負荷面⁵⁾の負荷基準では塑性変形が生じるようになるが、すでに構造が偏っているので構造の変化はほとんど無いといえる(b)図)。一方、状態 A から除荷し逆方向に載荷するプロセス A-B-C では A-B 間では構造変化がなくても、B-C 間の塑性ひずみが発生する間に構造が○から●まで大きく変化する。また、その後のプロセス C-D-E でも D-E 間で構造が大きく変化することになる。即ち、Fig. 2 に模式的に示したひずみの

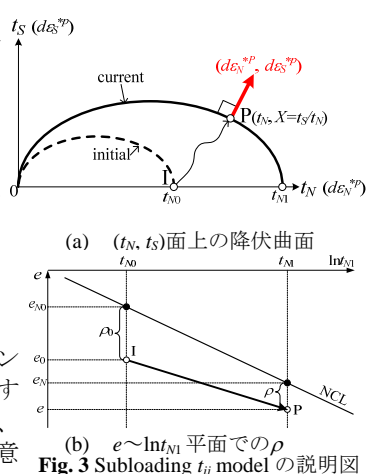


Fig. 3 Subloading t_{ij} model の説明図

Extension of Subloading tij model for describing soil behavior under cyclic loadings:

T. Nakai (GRI), H.M. Shahin(IUT), H. Takahashi, Y. Toda (JTS), T. Okuno, H. Sugiyama & K. Fukutake (Shimizu Corporation)

出方の差異は Fig. 4 構造変化で説明出来る。次に、Fig. 1 から判るように、両振りでも片振りでも、繰返し載荷回数が増加に伴い剛性が増加しやがて定常状態に至るが、繰返し載荷をしている応力比を超えて載荷すると、それまでの載荷履歴による剛性増加はみられなくなる。これらの繰返し載荷時の変形特性を剛性の増減として捉え Q_c だけで表現する。

繰返し時の剛性変化を考慮するため、 Q_c は構造変化に依存する $Q_{c(1)}$ と載荷回数に依存する $Q_{c(2)}$ の和で与える。

$$Q_c = Q_{c(1)} + Q_{c(2)} \quad (3)$$

上式において、 $Q_c > 0$ は剛性の増加を、 $Q_c < 0$ は剛性の減少を表すことになる。

Fig. 5 の◎印は現応力比 x_{ij} を、●印は応力比空間で表した構造 (粒子接点角分布の偏り) $x_{ij}^{(m)}$ を表す。ここに、単調載荷時には常に◎印と●印は一致して動くものとする。●印の構造の変化を定式化するため、 $x_{ij}^{(m)}$ が変化する条件およびその発展則(増分) $dx_{ij}^{(m)}$ を次式で与える。

$$\begin{cases} dx_{ij}^{(m)} = a_{cyc} \frac{x_{ij} - x_{ij}^{(m)}}{l_c} dX & \text{if } \cos \beta < 0 \text{ or } X > X^{(m)} \cos \alpha \\ dx_{ij}^{(m)} = 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

上式は再載荷方向 (dx_{ij}) が、 $x_{ij}^{(m)}$ と逆方向、もしくは $x_{ij}^{(m)}$ に近い方向でも応力比 X が $X^{(m)} \cos \alpha$ より大きい時のだけ、 $x_{ij}^{(m)}$ が x_{ij} の方向に近づくことを表現している。 a_{cyc} は近づく速さを決めるパラメータである。そして、現応力比 x_{ij} と構造の偏りを表す $x_{ij}^{(m)}$ のなす角度 γ が 0° (片振り) で最も硬くなり、 180° (逆振り) で最も軟らかくなること、および両者の距離 l_c が大きいほど硬軟の程度が大きくなることから、次式で $Q_{c(1)}$ を次式で与える。

$$Q_{c(1)} = k_{m(cyc)} \cdot (2 + \cos \gamma)^3 \cdot (l_c / l_{c(max)}) \cdot \cos \gamma \quad (5)$$

次に、繰返し回数が増えると剛性が増加する挙動を一般化して表現する。Fig. 6 の青色の領域は、応力比 x_{ij} の偏差成分 x'_{ij} 平面で繰返し載荷時に剛性の増加を考慮する範囲を表す。ここに、 $x'_{ij}{}^{(n1)}$ および $x'_{ij}{}^{(n2)}$ は x'_{ij} 平面で表した繰返し載荷時の両端の応力状態を表す。これらを頂点とする 2 つの放物線で囲まれた領域(青色の領域)内での弾性挙動時に剛性が増加するとする。そして、応力状態が青色部から外れた時は、その応力状態に応じて、新たな $x'_{ij}{}^{(n1)}$ あるいは $x'_{ij}{}^{(n2)}$ が設定され、剛性増加はクリアされるとする。また、この剛性増加は、その領域内で弾性挙動する応力比経路の積分値 (X_n) に応じて増大すると考え、 $Q_{c(2)}$ を次式で与える。

$$Q_{c(2)} = k_{n(cyc)} \cdot (X_n / l_n)^2 \quad \text{where, } X_n = \int_{unloading} \Sigma dX \quad (6)$$

Fig. 7 は Fig. 1 の実測値に対応する計算曲線を示すが、等方硬化型モデルであるにも拘わらず、実験値の挙動を説明している。繰返し載荷特性の解析で用いた材料パラメータを Table 1 に示す。新たに加えたパラメータは、 a_{cyc} 、 $k_{m(cyc)}$ 、 $k_{n(cyc)}$ である。Fig. 8 は片振りおよび両振り載荷 (3 サイクル) を載荷方向による剛性の違い ($Q_{c(1)}$)、繰返し回数による剛性の増加 ($Q_{c(2)}$) の考慮の有無が解析結果におよぼす影響を検討している。 Q_c を考慮しない解析では特に片振りでのひずみを過大評価する。また、 $Q_{c(1)}$ を考慮しても $Q_{c(2)}$ を考慮しない時は特に両振りでサイクルによらずほぼ同じループを描く。

文献 1) Nakai & Hinokio (2004): *S&F*, 44(2), 53-70; Nakai, et al. (2011): *S&F*, 51(6), 1149-1168; Nakai (2012): *Constitutive modeling of geomaterials*, CRC Press. 2) 檜尾他. (2001): *Jour. of JGS*, 41(3), 107-124. 3) Oda (1972): *S&F*, 12(2), 1-18. 4) Nakai & Mihara (1984): *S&F*, 24(2), 82-94. 5) Hashiguchi (1980): *Jour. of Applied Mecha. ASME*, 102(2), 266-272

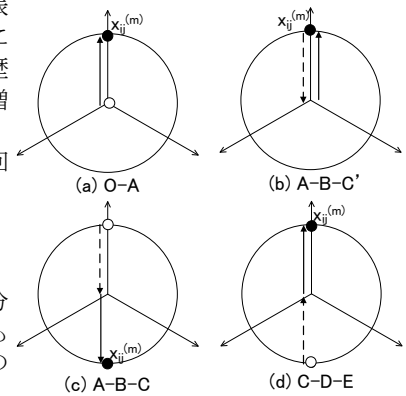


Fig.4 繰返し載荷中の構造変化の表現

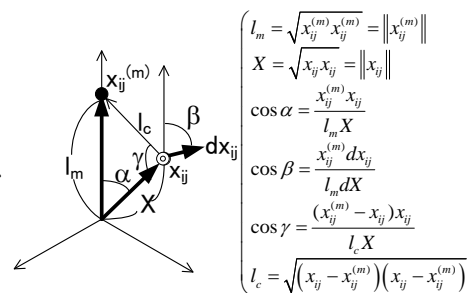


Fig.5 現応力と構造変化の説明図

Table 1 豊浦砂の材料パラメータ

λ	0.05	Same parameters as Cam clay model
κ	0.004	
e_{vc} at $p = 98$ kPa & $q = 0$ kPa	1.0	
$R_{cs} = (\sigma'_v/\sigma'_s)_{cs(amp)}$	3.0	
v_e	0.2	Shape of yield surface
β	1.6	
a	60	Influence of density and confining pressure
k_u	12	
a_{cyc}	2.0	Cyclic behavior
$k_{m(cyc)}$	5.0	
$k_{n(cyc)}$	2.0	

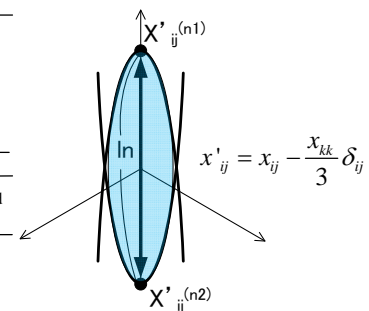
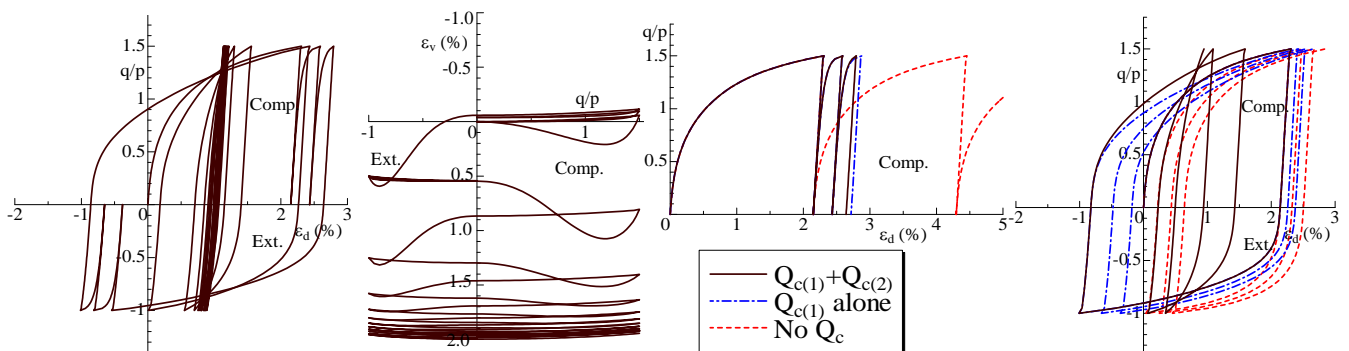


Fig. 6 応力比 x'_{ij} 平面で表した剛性増加 $Q_{c(2)}$ を考慮する領域



(a) $q/p \sim \epsilon_d$ 関係

(b) $\epsilon_v \sim q/p$ 関係

Fig. 7 Fig. 1 の実測値に対応する計算曲線

(a) 片振り載荷

(b) 両振り載荷

Fig. 8 Q_c の考慮の仕方が解析結果におよぼす影響